



## Research Article

# Numerical Investigating the Effect of Trapezoidal Sharp-Crested Side weir Geometric Parameters on Discharge Coefficient

S Namdar Vandaei<sup>1</sup>, A Abbaspour<sup>2\*</sup> , A Hosseinzadeh Dalir<sup>3</sup>, F Salmasi<sup>4</sup>

Received: December 20, 2023

Accepted: October 27, 2024

Revised: September 29, 2024

Published online: December 21, 2024

1-PhD candidate, Water Engineering Dept., University of Urmia, Urmia.

2-Assoc. Prof., Water Engineering Dep., Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

3-Prof., Water Engineering Dep., Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

4-Prof., Water Engineering Dep., Faculty of Agriculture, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

\*Corresponding Author, E-mail: akabbspour@yahoo.com

## Abstract

### Background and Objectives

Weirs are the most important structures for measuring and regulating flow rate. They are also simple hydraulic structures used to control the water level and measure the flow rate in canals. Lateral weirs are sometimes known as side weirs. Side weirs are usually made in various geometric shapes such as rectangular, arched, trapezoidal and triangular. A complete analytical solution of the equations governing the side weir discharge is not possible as there are many parameters influencing the flow phenomenon. An accurate computation of lateral discharge mainly depends on the proper estimation of its discharge coefficient. Investigation of the discharge coefficient has been the main focus by many researchers. In trapezoidal side weirs, weir height, hydraulic head, and weir wall angle affect the discharge coefficient. Although many researchers have done studies on the theoretical and practical applications of simple side weirs, there are only limited investigations on compound sharp-crested side weirs. Recently, some experimental works have been done in order to understand flow hydraulics of compound sharp- and broad- crested normal weirs, which are built across the channel. In this study, the effect of the mentioned parameters on the discharge coefficient, hydraulic characteristics of the flow including flow rate, the water surface profile and energy variations were investigated numerically.

### Methodology

Numerical simulation geometry which is composed of a rectangular channel and installed side weir, created and meshed using GAMBIT (ANSYS). The experimental domain length is 2 m in order to avoid large mesh numbers. A quad-map mesh was generated for all models. In the present study, 3-dimensional numerical simulation of flow over trapezoidal sharp-crested side weir was evaluated using three turbulence models of standard k- $\epsilon$ , RNG k- $\epsilon$  and Realizable k- $\epsilon$ . The free surface was determined using the VOF method. The results showed that the RNG k- $\epsilon$  turbulence model and VOF method are suitable for predicting the discharge coefficient in trapezoidal plan side weirs. The studied models for trapezoidal side weirs were meshed using different node values to determine the optimum number of nodes to generate mesh and to perform a mesh independence test, a negligible difference was observed by increasing the number of nodes in simulated and measured the discharge coefficient of flow over trapezoidal side weir. Therefore, a mesh composed of approximately 25000 elements was considered as an optimum mesh for all created models to resolve flow characteristics. The



boundary conditions were defined for all models. At the channel inlet and outlet, pressure inlet and outlet boundary conditions were used. For free surface, pressure inlet boundary condition was defined

and wall boundary condition was assigned at the channel bed, side walls and the structure of weir. The comparison of the discharge coefficient of flow that data obtained from numerical simulation agreed well with the experimental data. Also results showed that VOF method can simulate free surface variations accurately enough given that the average relative error values of measured and simulated the discharge coefficient were 2 - 6% for all considered turbulence models. For sharp-crested side weirs in subcritical flow conditions, the equation of De Marchi (1934) was used to compute the flow discharge coefficient of the side weirs.

### **Finding**

In this study the water surface and flow patterns were analyzed using contour plots at different horizontal and vertical planes. Using a non-linear regression model, they proposed a dimensionless relationship for prediction of the discharge coefficient in trapezoidal side weirs in subcritical flow conditions. In this study, the effect of weir wall angle, weir height and the hydraulic head on the discharge coefficient of trapezoidal side weirs was investigated numerically using FLUENT software and also the numerical results were compared with the experimental data. The results of the simulation were in a good agreement with the experimental data. The discharge coefficient ( $C_m$ ) is not dependent on any single hydraulic or geometric parameter, but several parameters affect it. The results also showed that the side weir with a wall slope of  $z = 1$  has better performance compared to the other two angles. Because it has the highest amount of the discharge coefficient among different weirs.

### **Conclusion**

As a result of the flow passing through the side weir, the main channel's flow rate and longitudinal velocity decrease. It can be concluded that the velocity values near the side weir decrease with a greater slope, and the velocity variations decrease downstream in the main channel.

**Keywords:** Discharge coefficient, FLUENT software, Trapezoidal side weir, Turbulence models.



## مقاله پژوهشی

# بررسی عددی تأثیر پارامترهای هندسی سرریز جانبی دوزنقه‌ای بر ضریب دبی جریان

سارا نامدار وندایی، اکرم عباسپور\*، علی حسین زاده دلیر، فرزین سلماسی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۹/۲۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۰۶

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۳/۰۷/۰۸ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۱۰/۰۱

۱- دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران.

۲- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، ایران.

۳- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، ایران.

۴- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، ایران.

\*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: akabbaspour@yahoo.com

## چکیده

سرریزها از مهم‌ترین سازه‌های اندازه‌گیری و تنظیم دبی جریان هستند. از سرریزها، برای کنترل سطح آب و اندازه‌گیری دبی جریان در کانال‌ها استفاده می‌شود. سرریزهای جانبی گاه با عنوان سرریز کناری هم شناخته می‌شوند. سرریزهای جانبی معمولاً به شکل‌های هندسی مختلف از جمله مستطیلی، قوسی، دوزنقه‌ای و مثلثی ساخته می‌شوند. در سرریزهای جانبی دوزنقه‌ای شکل، ارتفاع سرریز، بار آبی و زاویه دیواره سرریز بر ضریب دبی جریان تأثیر دارد. در این تحقیق، به صورت عددی با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت، تأثیر پارامترهای زاویه رأس دیواره ی سرریز، ارتفاع سرریز و بار آبی بر روی ضریب دبی سرریز جانبی دوزنقه‌ای مورد بررسی قرار گرفت و نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، بسیار نزدیک به نتایج آزمایشگاهی به دست آمد. مقادیر خطای نسبی در بازه ۵ تا ۷ درصد به دست آمد. با توجه به این نتایج، مقادیر ضریب دبی آزمایشگاهی با مقادیر شبیه‌سازی شده تطابق خوبی دارد. ضریب دبی ( $C_m$ ) وابسته به یک پارامتر هیدرولیکی و یا هندسی نبوده بلکه پارامترهای ارتفاع نسبی سرریز، بار آبی، زاویه رأس دیواره سرریز بر آن تأثیر گذار هستند. نتایج به دست آمده نشان داد که، سرریز جانبی با شیب دیواره ۴۵ درجه ( $Z=1$ ) نتایج بهتری در مقایسه با دو زاویه مورد بررسی دیگر دارد، چون دارای بیشترین مقدار ضریب دبی در بین سرریزهای مختلف است. همچنین می‌توان نتیجه گرفت مقادیر سرعت در نزدیک سرریز جانبی با شیب بیشتری کاهش می‌یابد و به طرف پایین دست در کانال اصلی، تغییرات سرعت کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: سرریز جانبی دوزنقه‌ای، ضریب دبی، مدل‌های تلاطم، نرم افزار فلوئنت.

## مقدمه

جریان آرام و متلاطم استفاده گردید. مدل در شرایط آرام، همخوانی بیشتری با نتایج آزمایشگاهی نشان داد. زاهدی (۲۰۱۳)، مطالعاتی بر روی سرریزهای منقاری و نیم‌دایره‌ای در سه سیکل ۱، ۲ و ۴ انجام داد و تأثیر متغیرهای هندسی و هیدرولیکی را بر روی جریان عبوری از سرریز جانبی و ضریب دبی آن بررسی نمود. ایشان نشان داد که افزایش تعداد سیکل، باعث کاهش معیایی هم چون جریان‌های گردابی، افت در ورودی سرریز و افزایش ناگهانی جریان در طول سرریز می‌شود و طول بیرون‌زدگی سرریز را کاهش می‌دهد. اسمعیلی ورکی و رضوی‌زاده (۲۰۱۳)، به‌طور گسترده ضریب دبی سرریزهای جانبی کنگره‌ای تحت عنوان سرریزهایی با اشکال غیرمتعارف را مطالعه نمودند که ضمن تحلیل و مقایسه برخی اشکال گوناگون سرریز جانبی کنگره‌ای، به بررسی سرریز جانبی کنگره‌ای به شکل نیم دایره پرداختند. در حالت کلی دو معادله خطی و غیرخطی به‌دست آمده از داده‌های آزمایش، از لحاظ آماری اختلاف چندانی در میزان دقت معادلات نشان ندادند. ظهیری و همکاران (۲۰۱۲)، سرریزهای جانبی لبه‌تیز مرکب مستطیلی - مستطیلی را مورد بررسی آزمایشگاهی قرار دادند. ایشان ۱۲ مدل سرریز با ارتفاع تاج و عرض متغیر را مورد بررسی قرار دادند که در کل، ۱۱۰ آزمایش انجام شد. با محاسبه ضریب دبی دیمارچی برای این سرریزها، رابطه‌ای برای ضریب دبی سرریزهای لبه‌تیز مستطیلی - مستطیلی ارائه گردید.

پرن‌دین (۲۰۱۳)، به بررسی خصوصیات جریان در سرریز جانبی چندوجهی مثلثی پرداخت. بدین منظور ضرایب‌دبی، نیمرخ‌های سطح آب، تغییرات انرژی مخصوص در امتداد سرریز، توزیع سه بعدی نیمرخ‌های سرعت روی سرریز جانبی و تأثیر تغییرات زاویه جریان روی ضریب دبی سرریز جانبی مورد بررسی واقع شد.

سرریز دوزنقه‌ای ترکیبی از سرریزهای مثلثی و مستطیلی است و از روابط دبی عبوری بر روی سرریزهای مستطیلی و مثلثی، تبعیت می‌کند. نتایج حاصل بر روی سرریز جانبی دوزنقه‌ای، نشان می‌دهد که پروفیل سطح آب در اطراف سرریز به میزان قابل توجهی به عدد فرود جریان بستگی دارد. در اعداد فرود پایین، با توجه به این که تغییرات و نوسانات سطح آب ناچیز است، می‌توان از تغییرات صرف‌نظر کرد (ریاحی و وطن‌خواه ۲۰۱۵).

جریان عبوری از روی سرریز جانبی وابسته به پارامترهای هندسه سرریز (شکل مقطع سرریز، طول تاج سرریز، ارتفاع سرریز و...)، هیدرولیک جریان (عمق جریان در کانال اصلی، سرعت متوسط جریان، عدد فرود) و مشخصات سیال (لزجت، دما) است. برخی از این پارامترهای قابل اندازه‌گیری هستند. ضریب تخلیه سرریز جانبی ( $C_m$ ) تأثیر پارامترهایی که به صورت مستقیم قابل اندازه‌گیری نیستند، را نشان می‌دهد. براساس مطالعات انجام گرفته بر روی سرریزهای جانبی، رابطه مستقیمی با دبی عبوری از روی سرریز جانبی دارد. جریان روی سرریز جانبی از نوع متغیر مکانی با کاهش دبی می‌باشد. دیمارچی در سال ۱۹۴۳ پایه و اساس این نظریه و همچنین مطالعات بعدی بر روی سرریزهای جانبی را ارائه کرده است. او با فرض ثابت بودن انرژی مخصوص در طول سرریز جانبی، رابطه‌ای برای به دست آوردن طول سرریز ارائه نمود.

بیحقی‌کندری و همکاران (۲۰۱۲)، به شبیه‌سازی سرریز جانبی کنگره‌ای در کانال مستطیلی با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی پرداختند و برای شبیه‌سازی و انتخاب بهترین مدل، از سه نوع شبکه محاسباتی به اندازه‌های متفاوت در شرایط

توسط نرم افزار Flow-3D بر روی سرریز جانبی مرکب مستطیلی، مشخص شد که این روش توانایی خوبی در مدل کردن الگوی جریان بر روی سرریز مذکور داراست. وانگ و همکاران (۲۰۱۸)، خصوصیات هیدرولیکی سرریزهای جانبی نوزنقه‌ای از جمله عدد فرود، پروفیل سطح آب، توزیع سرعت و ضریب دبی را بررسی نمودند. آزمایش‌ها و شبیه‌سازی با نرم‌افزار FLOW-3D بر روی سرریزهای جانبی با چهار زاویه تاج مختلف انجام شد. نتایج نشان داد که عمق آب شبیه‌سازی شده و مشاهده شده با خطای نسبی کمتر از ۶/۵٪، از تطابق خوبی برخوردار بود. گراناتا و همکاران (۲۰۱۹)، از داده‌های تجربی به دست آمده از آزمایشات انجام شده بر روی یک سرریز جانبی در یک کانال دایره‌ای در شرایط جریان فوق بحرانی برای ساخت مدل‌های پیش‌بینی کننده ضریب دبی معادل استفاده و نتیجه گرفتند که توصیف مناسب از هندسه سرریز جانبی برای صحت‌سنجی مدل پیش‌بینی کننده ضروری است. قادری و همکاران (۲۰۲۰)، ضریب دبی سرریزهای جانبی نوزنقه‌ای را با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) بررسی نمودند. نتایج نشان می‌دهد که برای یک نسبت ثابت  $T/L$  (نسبت عرض عبوری جریان به طول تاج سرریز)، افزایش طول، ارتفاع و شیب سرریز یک طرفه جانبی، باعث افزایش ضریب دبی می‌شود. همچنین مشاهده شد که با افزایش عدد فرود بالادست، شدت انحراف جریان و انرژی جنبشی بر روی سرریز جانبی نوزنقه‌ای افزایش می‌یابد. بررسی مطالعات پیشین نشان داد که در زمینه سرریزها به صورت سرریز جانبی نوزنقه‌ای، اطلاعات کافی وجود ندارد. لذا این تحقیق، مشخصات هیدرولیکی جریان شامل دبی جریان، پروفیل سطح آب، تغییرات انرژی در کانال اصلی و ضریب دبی به صورت عددی با استفاده از نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی فلوئنت مورد بررسی قرار گرفت. به طور کلی در این مطالعه، به تأثیر پارامترهای هندسی و هیدرولیکی شامل ارتفاع سرریز،

بررسی نتایج نشان داد که ضریب دبی سرریز جانبی چندوجهی مثلثی دارای مقدار بیش‌تری نسبت به ضریب دبی سرریز جانبی مستطیلی است. دلیل اصلی آن را می‌توان افزایش طول تاج سرریز بیان نمود. با افزایش طول تاج سرریز، شدت جریان ثانویه افزایش می‌یابد. همچنین، ضریب دبی سرریز جانبی مثلثی تک سیکل  $1/5$  تا  $2/5$  برابر سرریز جانبی مستطیلی محاسبه شد. پرن‌دین و همکاران (۲۰۱۴)، خصوصیات جریان در سرریزهای جانبی مستطیلی را بررسی نمودند. بدین منظور ضرایب دبی، نیم‌رخ‌های سطح آب و تغییرات انرژی مخصوص در امتداد سرریز مورد بررسی واقع شد. تحلیل نتایج مربوط به نیم‌رخ سطح آب نشان داد که در اعداد فرود پایین، برای سرریز جانبی مستطیلی، نیم‌رخ سطح آب تقریباً افقی است. همچنین گزارش کردند محور وسط کانال اصلی، جهت اندازه‌گیری خصوصیات جریان مناسب‌تر است. صائبی حصاری (۲۰۱۵)، ضریب دبی سرریزهای جانبی مستطیلی را به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد مطالعه قرار دادند. در بخش آزمایشگاهی رابطه‌ای برای ضریب دبی سرریزهای جانبی لبه‌تیز مرکب مستطیلی-مستطیلی به دست آورده شد. غفاری و همکاران (۲۰۱۵)، جریان عبوری از روی سرریز جانبی لبه‌تیز مستطیلی واقع در کانال باز را با استفاده از نرم‌افزار FLOW-3D شبیه‌سازی نمودند. در آن پژوهش، پس از درستی آزمایشی نتایج مربوط به توزیع مؤلفه‌های مختلف سرعت و زاویه جت خروجی در مجاورت تاج سرریز جانبی در ارتفاع‌های مختلف از تاج سرریز با داده‌های آزمایشگاهی، به بررسی آثار عدد فرود بالادست سرریز جانبی بر الگو و مشخصات جریان در امتداد سرریز جانبی پرداخته شد. عباس زاده آقاباقر و صفرزاده گندشمین (۲۰۱۸)، به شبیه‌سازی جریان بر روی سرریز جانبی مرکب مستطیلی-مستطیلی واقع در یک کانال مستطیلی با استفاده از نرم‌افزار Flow-3D پرداختند. در مجموع سه مدل عددی مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. با اجرای مدل‌های مختلف

تنش رینولدز نامیده می‌شود. این تانسور تنش متقارن بوده و میزان همبستگی سرعت‌های نوسانی را نشان می‌دهد. با به وجود آمدن این ترم در معادلات ناویر-استوکس، تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معادلات می‌شود (۱۰ مجهول شامل ۳ مؤلفه سرعت، فشار و شش ترم تنش و ۴ معادله شامل یک معادله پیوستگی و ۳ معادله مومنتوم). لذا باید از معادلات نیمه‌تجربی جریان‌های آشفته که توسط محققین مختلف ارائه شده است، نیز استفاده کرد تا مجهولات بدست آیند.

انرژی کل، در هر مقطع کانال نسبت به یک سطح مبنا برابر است با:

$$H = Z + y + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad [3]$$

با مشتق‌گیری از رابطه بالا نسبت به محور طولی کانال (x)، می‌توان نوشت:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{S_0 - S_f \left( \frac{\alpha Q}{gA^2} \right) \left( \frac{dQ}{dx} \right)}{1 - F_r^2} \quad [4]$$

بدین ترتیب معادله جریان‌های متغیر مکانی با کاهش دبی به صورت رابطه (۴)، بیان می‌شود که در آن عدد فرود جریان در بالادست سرریز، Q دبی کانال اصلی در بالادست سرریز،  $\alpha$  ضریب تصحیح انرژی جنبشی در معادله انرژی،  $S_0$  شیب طولی کانال،  $S_f$  شیب خط انرژی، B عرض کانال، L طول سرریز، g شتاب گرانش زمین، A سطح مقطع کانال و  $dQ/dx$  نرخ تغییر دبی نسبت به محور طولی سرریز جانبی می‌باشند (اسمعیلی ورکی و رضوی‌زاده ۲۰۱۳).

با ترکیب رابطه‌های سرریزهای مثلثی و مستطیلی، دبی در واحد طول سرریز دوزنقه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید:

$$-\frac{dQ}{dx} = \frac{2}{3} C_m \sqrt{2g} (y - s)^{\frac{2}{3}} \left( 1 + \frac{2}{5} \right) \quad [5]$$

ضریب سرریز یا ضریب دیمارچی از رابطه زیر به دست می‌آید:

بار آبی نسبی و زاویه رأس دیواره سرریز در سرریزهای جانبی دوزنقه‌ای بر روی ضریب دبی جریان پرداخته شده است.

## مواد و روش‌ها

### داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده

در تحقیق حاضر، بررسی دقت و قابلیت مدل عددی جهت شبیه‌سازی جریان روی سرریز جانبی دوزنقه‌ای شکل با استفاده از شبیه‌سازی شرایط آزمایشگاهی تحقیق ریاحی و وطن خواه (۲۰۱۵) صورت گرفته است. مشخصات هیدرولیکی جریان روی سرریز جانبی دوزنقه‌ای با طول موثر ۰/۳ متر و دارای زوایای تاج مختلف در یک کانال مستقیم به طول ۳ متر و عرض ۰/۵ متر مورد مطالعه قرار گرفته است. سرعت جریان نزدیک‌شونده (ابتدای کانال اصلی) و عمق جریان با در نظر گرفتن داده‌های جدول ۱ تعیین گردید.

### تئوری حاکم بر جریان سیال و انواع مدل‌های آشفتگی

معادله‌های اساسی پیوستگی و مومنتوم که به معادلات ناویر-استوکس معروفند برای یک جریان تراکم‌ناپذیر به صورت روابط زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i' u_j'}) \end{aligned} \quad [1]$$

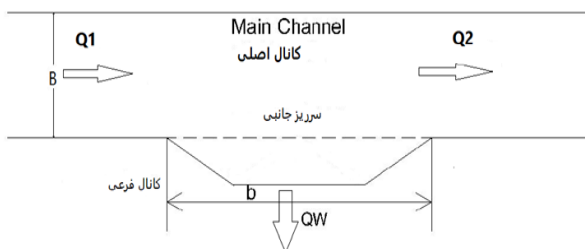
در روابط فوق  $u_i$  سرعت متوسط در سه جهت ۱، ۲، ۳،  $p$  فشار،  $\rho$  جرم مخصوص،  $\mu$  ویسکوزیته دینامیکی سیال،  $\overline{u_i' u_j'}$  ترم تنش رینولدز و  $\delta_{ij}$  دلتای کرانکر می‌باشد که برای ( $i = j$ ) مقدار آن برابر یک و برای ( $i \neq j$ )، برابر صفر می‌باشد. با متوسط‌گیری از معادلات لحظه‌ای ناویر-استوکس، ترم جدید ( $\overline{u_i' u_j'}$ ) در سمت راست معادله مومنتوم ظاهر می‌شود که تانسور

و روش‌های مدل‌سازی متنوع، تقریباً امکان مدل‌سازی هرگونه جریان را فراهم کرده است. برای حل یک مسئله دینامیک سیالات محاسباتی، ابتدا باید شبکه حل، تولید شود. فلوئنت، خود شبکه را تولید نمی‌کند و شبکه باید در نرم‌افزار دیگری مانند Gambit تولید شود و فلوئنت قادر به خواندن شبکه (مش) از این نرم‌افزار می‌باشد. بعد از این‌که شبکه حل در نرم‌افزار گمبیت تولید شد، نوع مرزهای محدوده حل مانند دیواره، ورودی و خروجی مشخص می‌شود. مش تولید شده باید توسط نرم‌افزار فلوئنت خوانده شود و برای اشکالات احتمالی از قبیل حجم‌های منفی کنترل شود. با خواندن مش، یک پرونده برای مسئله موردنظر ساخته می‌شود و با دادن شرایط مرزی دلخواه، می‌توان حل مسئله را شروع نمود. در جدول ۱ و شکل ۱، مشخصات هندسی و هیدرولیکی سرریز جانبی نوزنقه‌ای ارائه شده است.

در پژوهش حاضر ابتدا شکل سرریز و کانال‌های اصلی و فرعی در نرم‌افزار اتوکد طراحی گردید، سپس با فرمت sat

جدول ۱- مشخصات هندسی و هیدرولیکی سرریز جانبی نوزنقه‌ای.

عرض کانال اصلی B(m)	زاویه رأس $\theta$ (°)	عمق اب در کانال اصلی y (cm)	عرض کانال جانبی b (m)	ارتفاع سرریز w (cm)
۰/۵	۴۵	۲۰-۲۲-۲۴-۲۶-۲۸	۰/۳	۱۰-۱۵-۲۰
	۶۳/۴			



شکل ۱- مقطع و پلان سرریز جانبی نوزنقه‌ای.

$$C_m = \frac{14b}{15x} \left[ \frac{2E-3S}{E-S} \sqrt{\frac{E-y}{y-S}} - \sin^{-1} \sqrt{\frac{E-y}{E-S}} \right] \quad [6]$$

که  $C_m$  ضریب سرریز یا ضریب دیمارچی است و  $L = X_2 - X_1$  طول سرریز می‌باشد.

همچنین، متوسط کاهش انرژی مخصوص در طول سرریز از معادله ۷ به دست می‌آید:

$$\Delta E = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(E_{1i} - E_{2i})}{E_{1i}} \quad [7]$$

مدل‌های دو معادله‌ای قابلیت خوبی در شبیه‌سازی دقیق جریان‌های آشفته دارند و از کاربردی‌ترین مدل‌های دو معادله‌ای می‌توان مدل k-ε را نام برد که در این پژوهش نیز از این مدل استفاده شده است. مدل آشفتگی اولیه k-ε توسط پرائنتل به صورت روابط (۸) و (۹) بیان شده است (رودی ۱۹۹۷):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\vartheta_t}{\delta_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \vartheta_t \left( \frac{\partial x_i}{\partial x_j} + \frac{\partial x_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad [8]$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\vartheta_t}{\delta_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} p - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} p \quad [9]$$

$$\vartheta_t = C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad [10]$$

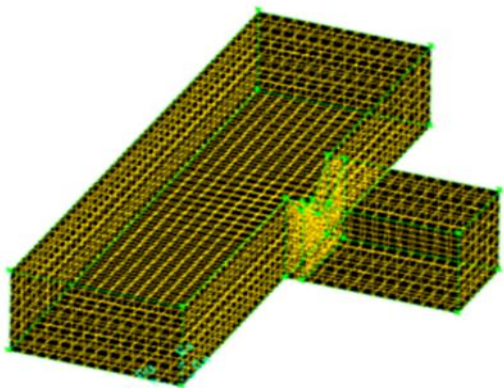
معادلات k-ε که در بالا بیان شدند برای بسیاری از جریان‌های لایه مرزی دو بعدی روی دیواره، جریان‌های داخل مجاری، جریان‌های برشی آزاد، جریان‌های گردابه‌ای، لایه مرزی سه بعدی و جت‌ها با موفقیت به کار رفته‌اند.

### مدل سازی عددی

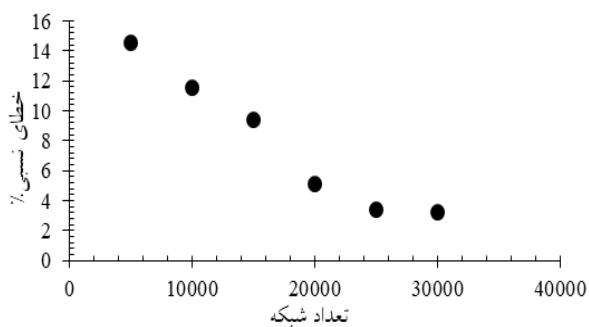
در تحقیق حاضر، برای بررسی ضریب دبی جریان در سرریز جانبی نوزنقه‌ای از نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده است. این نرم‌افزار، بر اساس روش حجم محدود توسعه یافته و در ادامه به جزئیات اجرای آن پرداخته شده است. فلوئنت قابلیت حل مسائل دوبعدی و سه‌بعدی را دارد و استفاده از مدل‌های پیشرفته آشفتگی

آزمایشگاهی ریاحی و وطن خواه (۲۰۱۵) را برای تعداد شبکه محاسباتی مختلف نشان می‌دهد.

با توجه به شکل ۳، افزایش سلول‌های محاسباتی مقادیر خطا کاهش یافته و در نهایت به مقدار تقریباً ثابتی می‌رسد. در نهایت تعداد شبکه محاسباتی برای حل عددی مناسب تشخیص داده شد که در آن مقدار خطا افزایش پیدا نکند. در این تحقیق تعداد مش در حدود ۲۵۰۰۰ در نظر گرفته شده است. سپس



شکل ۲- مدل شبکه‌بندی شده سرریز جانبی و کانال‌های اصلی و فرعی.



شکل ۳- تغییرات خطای نسبی ضریب دبی جریان به ازای تعداد شبکه محاسباتی مختلف.

نخیره شد و با همان فرمت در نرم افزار گمیت فراخوانی گردید. محاسبه موفق جریان‌های متلاطم نیاز به ملاحظاتی در شبکه‌بندی دارد. نتایج عددی برای جریان‌های متلاطم نسبت به جریان‌های ورقه‌ای بیشتر به مش‌بندی وابسته است. بنابراین برای مناطقی که تغییرات سریع وجود دارد و همچنین در جاهایی که لایه‌های برشی با تغییر شکل زیاد وجود دارد، از مش‌های به اندازه کافی ریز (۷ میلی‌متری) استفاده شد. در وسط کانال با توجه به سه‌بعدی بودن مسئله و به منظور بالا بردن دقت محاسبات، تعداد مش‌ها به نسبت دو قسمت دیگر بیشتر (مش‌های کوچک‌تر) انتخاب گردید. در نهایت نیز شرایط مرزی برای دیواره‌ها و سرریز wall، برای صفحه ورودی فشار ورودی<sup>۱</sup> و صفحه خروجی، فشار خروجی<sup>۲</sup> تعریف گردید و برای فراخوانی شبکه توسط مدل فلونت با فرمت msh نخیره شد. جهت ایجاد شبکه قابل فراخوانی، مدل مورد نظر ساخته شد و سپس مش مورد نیاز بر روی مدل تهیه گردید. در شکل ۲ مدل شبکه‌بندی شده سرریز آورده شده است.

جهت بررسی حساسیت شبکه، روند تغییرات خطای نسبی ضریب دبی جریان مورد بررسی قرار گرفت.

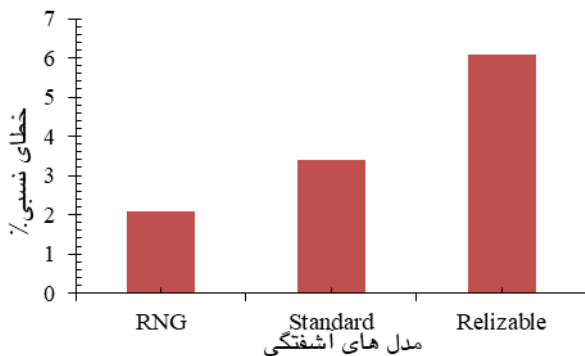
$$RE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N [C_{dexp} - C_{dCFD}]}{\sum_{i=1}^N C_{dreal}} \times 100 \quad [11]$$

در این رابطه  $C_{dCFD}$  ضریب دبی حاصل از شبیه‌سازی مدل عددی،  $C_{dexp}$  ضریب دبی مدل آزمایشگاهی و  $N$  تعداد کل داده‌ها است. سپس با در نظر گرفتن معیارهای دقت و سرعت همگرایی جواب‌های حاصل، شبکه مناسب انتخاب گردید. شکل ۳، مقدار تغییر خطای مقادیر شبیه‌سازی شده ضریب دبی جریان به مقادیر

<sup>1</sup> Pressure-Inlet

<sup>2</sup> Pressure-Outlet





شکل ۴- تغییرات خطای نسبی ضریب دبی جریان در حالت‌های مختلف مدل آشفتگی K-ε.

عمومی سرریزهای جانبی محاسبه می‌شود. با توجه به ماهیت جریان اطراف سرریز جانبی و تأثیر دو فاز آب و هوا بر روی یکدیگر، در این تحقیق چون تبادل حرارتی بین فازها و یا فازها با سطوح جامد دارای اهمیت نمی‌باشد، برای کاهش تعداد معادلات حل شده و زمان حل، از حل معادله انرژی حرارتی صرف‌نظر گردید. نوع جریان به صورت دوفازی شبیه‌سازی شده و فاز اولیه و ثانویه به ترتیب هوا و آب تعریف شد. با توجه به ماهیت جریان، دو فاز آب و هوا برای شبیه‌سازی تعریف شد. مشخصات فیزیکی این دو سیال در دمای آزمایشگاهی (۲۰ سلسیوس) فرض شد. در این تحقیق، از انواع مدل‌های آشفتگی k-ε استفاده شده است. روش‌های مختلفی برای گسسته کردن معادلات وجود دارد که در این پژوهش از روش حجم استفاده شده است. علت این امر آن است که محدود حل، یک حجم کنترل بزرگ می‌باشد که با ایجاد شبکه در آن به حجم کنترل‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شود و در واقع روش احجام محدود بر اساس قوانین بقاء سیالات کار می‌کند. مدل برای شبکه‌ها و روش‌های شبیه‌سازی مختلف اجرا شد. برای اجرا شدن هر مدل با توجه به نوع روش‌های به‌کار رفته و تعداد مش‌ها، ۲-۳ روز زمان احتیاج بود. لازم به ذکر است که شبیه‌سازی‌ها تا ماندگار شدن کامل جریان ادامه یافت. معیار ماندگار شدن جریان در تمامی مدل‌ها، ثابت شدن تغییرات پروفیل سرعت و عمق جریان در نزدیکی

با در نظر گرفتن معیارهای دقت و سرعت همگرایی جواب‌های حاصل، شبکه مناسب انتخاب گردید.

شرایط مرزی شامل شرایط مقطع ورودی، مقطع خروجی، دیواره‌ها و سطح آزاد جریان می‌باشند که به این صورت تعیین شده است. برای مقطع ورودی از شرط مرزی فشار ورودی (شامل سرعت جریان، عمق آب و شدت تلاطم) و برای مقطع خروجی از فشار خروجی صفر استفاده شد. همچنین با توجه به این‌که سرعت سیال در روی مرزهای جامد ( $Z_{min}, Y_{min}, X_{min}$ ) برابر صفر است، از شرایط مرزی Wall برای دیواره‌ها و سرریز استفاده شده است. همچنین برای سقف کانال اصلی و کانال جانبی از شرط مرزی فشار ورودی با قرار دادن فشار صفر استفاده گردید. به منظور بازخوانی فایل شبکه ایجاد شده توسط مدل فلوئنت، این فایل با فرمت msh ذخیره شد. پس از بازخوانی فایل، مقیاس مدل تعریف شده و با بررسی شبکه، اطمینان از عدم وجود مشکل در المان‌ها حاصل شد. در پژوهش حاضر برای شبیه‌سازی جریان آشفته از مدل آشفتگی k-ε روش RNG استفاده شد. در شکل ۴ روند تغییرات خطای نسبی ضریب دبی جریان در حالت‌های Standard، RNG و Realizable نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، مدل RNG k-ε دارای مقدار خطای نسبی کم‌تری است. بنابراین برای شبیه‌سازی از مدل آشفتگی k-ε RNG استفاده شد.

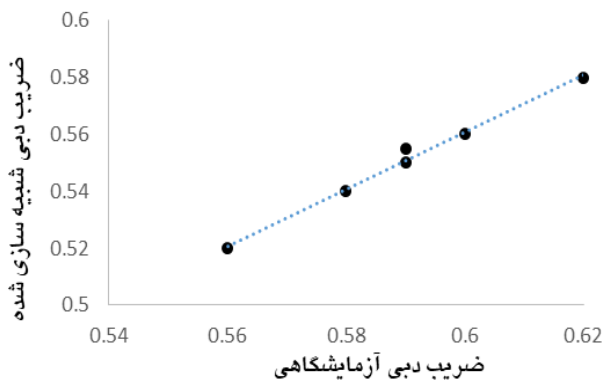
پس از اجرای مدل‌ها در نرم‌افزار فلوئنت با داشتن اطلاعات مورد نیاز، مقادیر  $C_m$  (ضریب دبی) با استفاده از معادله

سرریز مانند ارتفاع سرریز ( $w$ )، بار آبی ( $H$ )، زاویه رأس سرریز ( $\theta$ ) و تعداد سیکل‌ها (مقایسه سرریز جانبی نوزنقه ای) با استفاده از مدل عددی فلوئنت مورد بررسی قرار گیرد. همچنین در جدول ۲ مشخصات کلی مدل‌های شبیه‌سازی شده آورده شده است.

سرریز و برابر شدن تقریبی دبی ورودی به مدل و دبی خروجی از آن بود. حداکثر اختلاف دبی ورودی و خروجی ۰/۰۵٪ برای ماندگار شدن جریان در نظر گرفته شد. بعد از رسیدن به همگرایی در جواب‌ها، لازم است که آن‌ها را ذخیره‌سازی نمود. در تحقیق حاضر، تلاش خواهد شد تا نقش برخی از پارامترهای هیدرولیکی

جدول ۲- مشخصات کلی مدل‌های شبیه‌سازی شده.

ردیف	زاویه رأس $\theta$ (°)	عمق آب $y$ (cm)	عرض کانال اصلی $B$ (cm)	ارتفاع سرریز $w$ (cm)	الگوریتم به کار رفته	مدل جریان چند فازی	شرایط مرزی ورودی	شرایط مرزی خروجی
۱	۴۵	۲۸-۱۶	۵۰	۲۰-۱۵-۱۰	PISO	VOF	Pressure inlet	Pressure outlet
۲	۶۳/۴	۲۸-۱۶	۵۰	۲۰-۱۵-۱۰	PISO	VOF	Pressure inlet	Pressure outlet
۳	۵۶/۳	۲۸-۱۶	۵۰	۲۰-۱۵-۱۰	PISO	VOF	Pressure inlet	Pressure outlet



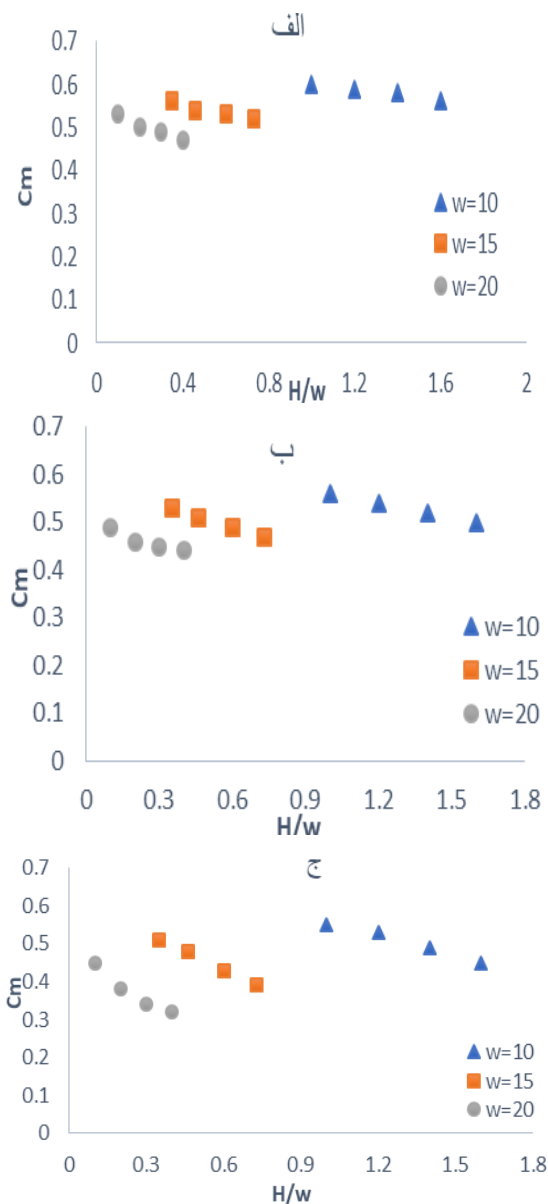
شکل ۵- تغییرات ضریب دبی آزمایشگاهی و شبیه‌سازی شده.

برای صحت‌سنجی عملکرد نرم‌افزار فلوئنت، سرریز جانبی نوزنقه‌ای در کانالی به عرض ۰/۵ متر، ارتفاع ۰/۳ و طول ۱/۸ متر شبیه‌سازی و با داده‌های آزمایشگاهی ریاحی و وطن خواه (۲۰۱۵) مقایسه شد. در شکل (۵)، ضریب دبی سرریز جانبی نوزنقه‌ای به‌ازای بارهای آبی مختلف نشان داده شده است.

درصد خطای نسبی ضریب دبی ( $C_m$ ) حاصل از شبیه‌سازی عددی در مقایسه با مقادیر آزمایشگاهی، به‌ازای عدد فرود بالادست سرریز جانبی ( $0.1 < Fr < 0.3$ ) برای سرریز با ارتفاع ثابت ۱۰ سانتی‌متر محاسبه شد. مقادیر خطای نسبی در بازه ۵ تا ۷ درصد به دست آمد. با توجه به این نتایج، مقادیر ضریب دبی آزمایشگاهی با مقادیر شبیه‌سازی شده تطابق خوبی دارد. بعد از حصول اطمینان از عملکرد نرم‌افزار فلوئنت

و روش‌های به‌کار گرفته شده در این نرم‌افزار به طراحی مدل‌های سرریز جانبی نوزنقه‌ای پرداخته شد.

## نتایج و بحث



شکل ۶- تغییرات ضریب دبی سرریز جانبی ذوزنقه‌ای الف: زاویه ۴۵ درجه، ب: زاویه ۵۶/۳ درجه ج: زاویه ۶۳/۴ درجه.

بودن مقدار تغییرات انرژی مخصوص در طول سرریز است. در این تحقیق، مقدار  $y_1$  (عمق آب بالادست سرریز جانبی در کانال اصلی) و  $y_2$  (عمق آب پایین دست سرریز جانبی در کانال اصلی) در محور کانال اندازه‌گیری شد. با مشخص بودن  $Q_1$  (دبی بالادست سرریز جانبی در کانال اصلی) و  $Q_2$  (دبی پایین دست سرریز جانبی در کانال اصلی)، انرژی مخصوص محاسبه شد. با استفاده

برای بررسی عملکرد سرریز جانبی ذوزنقه‌ای از سه مدل زاویه دیواره سرریز ( $\theta$ ) به ازای تغییرات ارتفاع سرریز (سه ارتفاع مختلف) و بار آبی نسبی  $(\frac{H}{w})$  مختلف استفاده گردید.

### تأثیر ارتفاع سرریز جانبی ذوزنقه‌ای بر روی ضریب دبی سرریز

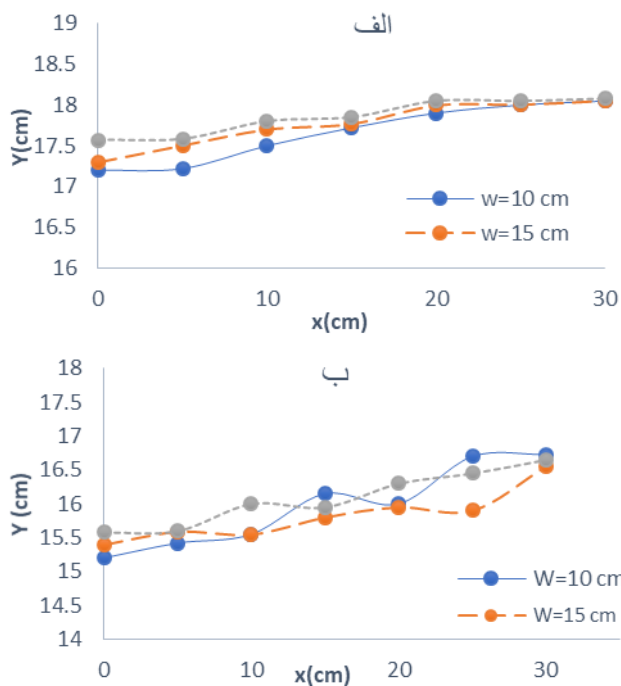
در شکل ۶، تغییرات ضریب دبی سرریز جانبی ذوزنقه‌ای به ازای ارتفاع‌های مختلف سرریز نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های ۶، با کاهش ارتفاع سرریز، ضریب دبی سرریز افزایش می‌یابد. این امر به دلیل منحرف شدن بیش‌تر جریان به طرف سرریز جانبی و کانال فرعی است. همچنین اینگونه استنباط می‌شود که سرریز جانبی ذوزنقه‌ای با ارتفاع  $w=10\text{ cm}$  در هر سه زاویه ۴۵، ۵۶/۳ و ۶۳/۴ درجه، دارای ضریب دبی بیش‌تری نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی می‌باشد.

### اثر زاویه ی دیواره سرریز ( $\theta$ ) بر ضریب دبی

در شکل ۷ تغییرات ضریب دبی به ازای زاویه دیواره سرریز به ازای ارتفاع‌های مختلف برای تمام سرریزهای مورد بررسی نشان داده شده است. شرط استفاده از معادله دیمارچی ثابت

### پروفیل طولی سطح آب کانال اصلی

در شکل ۸ پروفیل طولی سطح آب به ازای مقادیر مختلف عدد فرود بالادست در سرریز جانبی نوزنقه‌ای ارائه شده است. بررسی نمودارهای بالا نشان می‌دهد که در کلیه سرریزها، با افزایش عدد فرود، پروفیل سطح آب نامنظم



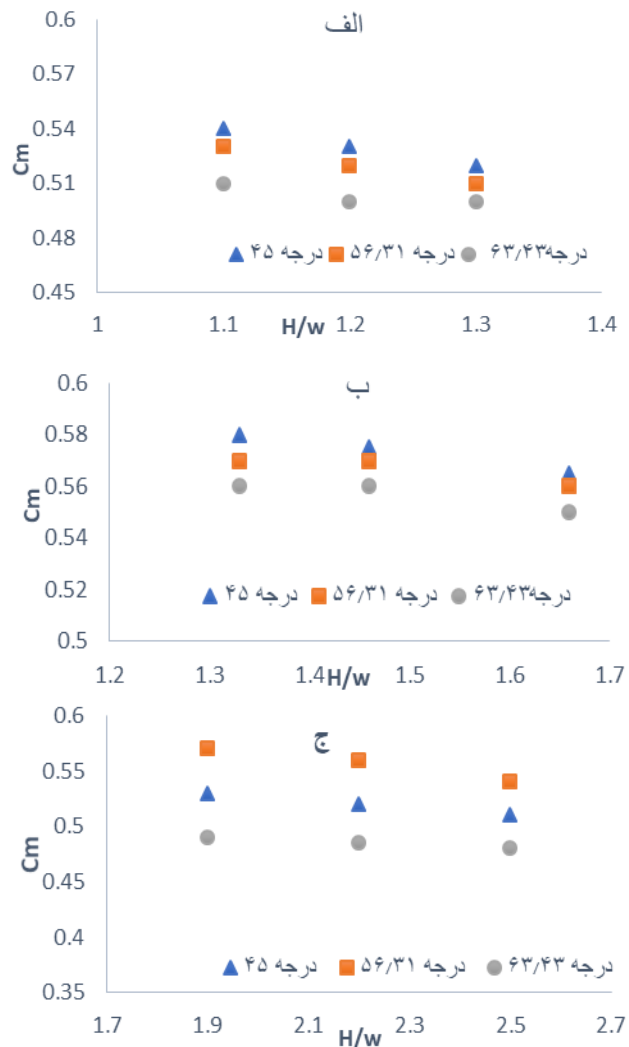
شکل ۸- تغییرات سطح آب در امتداد محور مرکزی کانال اصلی الف: عدد فرود  $Fr=0.18$  ب:  $Fr_1=0.22$ .

می‌شود. علت این نوسانات وجود ناحیه جدایی جریان در مجاورت سرریز است. با فاصله گرفتن از سرریز جانبی در جهت عرضی، از شدت تغییرات کاسته شده و اثر ناحیه جدایی جریان از بین می‌رود.

### توزیع سرعت طولی کانال اصلی

در شکل ۹، تغییرات سرعت در طول کانال اصلی (در جهت  $x$ ) برای سرریز جانبی نوزنقه‌ای به ازای بارهای آبی مختلف نشان داده شده است. با توجه به شکل ۹، می‌توان استنباط کرد که سرعت جریان در ابتدای سرریز ( $x=0$ ) بیشترین مقدار را دارد. با وارد شدن جریان به

از داده‌های حاصل جزئی انرژی مخصوص بوده و نیز ثابت بودن مقدار انرژی مخصوص در طول سرریز است. همچنین تحقیقات انجام شده از شبیه‌سازی عددی، مقدار متوسط کاهش انرژی مخصوص برابر با ۱/۰۷۲ درصد محاسبه شد. تغییرات توسط الخشاب و اسمیت (۱۹۷۵) نشان داد که در شرایط



شکل ۷- تغییرات ضریب دبی با شیب دیواره جانبی

مختلف برای ارتفاع های الف: ۲۰ سانتی متری ب:

۱۵ سانتی متری ج: ۱۰ سانتی متری.

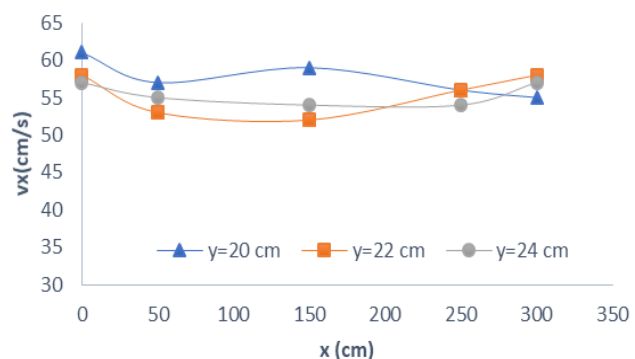
جریان زیر بحرانی، هنگامی که اختلاف انرژی کمتر از ۵ درصد باشد، فرض ثابت بودن انرژی مخصوص در طول سرریز معتبر می‌باشد.

### نتیجه‌گیری کلی

در این تحقیق، به‌صورت عددی با استفاده از نرم‌افزار فلونتت تأثیر پارامترهای زاویه دیواره سرریز، ارتفاع سرریز و بار آبی بر روی ضریب دبی سرریز جانبی نوزنقه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا مطلوب‌ترین شرایط شبیه‌سازی تعیین گردید. بهترین شرایط شامل، استفاده از شرط مرزی فشار ورودی، و شرط مرزی فشار خروجی از کانال اصلی با قرار دادن یک سرریز مستطیلی لبه‌تیز در انتهای کانال اصلی و مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  RNG، ارائه شد. نتایج به دست آمده حاکی از این بود که ضریب دبی ( $C_m$ ) وابسته به یک پارامتر هیدرولیکی و یا هندسی نبوده بلکه چندین پارامتر بر آن تأثیرگذارند و رابطه مستقیمی بین ضریب دبی و عدد فرود بالادست ( $Fr_1$ ) وجود دارد.

علاوه بر  $Fr_1$ ، پارامترهایی دیگری از جمله زاویه رأس دیواره سرریز ( $\theta$ )، ارتفاع سرریز ( $w$ )، بار آبی، تعداد سیکل‌ها و نسبت  $H/w$  بر ضریب دبی مؤثرند. در مورد پارامتر زاویه رأس دیواره سرریز، سرریز جانبی با زاویه رأس ۴۵ درجه، نتایج بهتری در مقایسه با دو زاویه مورد بررسی دیگر نشان داد. در تمامی مدل‌های مورد بررسی، با افزایش نسبت  $H/w$ ، مقدار ضریب دبی کاهش می‌یابد. هر چه ارتفاع آب بالادست سرریز جانبی کاهش می‌یابد، ضریب دبی افزایش می‌یابد. در سرریز جانبی مورد بررسی، با افزایش  $Fr_1$ ، زاویه انحراف آب به سمت کانال اصلی متمایل شده و دبی عبوری از روی سرریز جانبی ( $x=0$ ) کاهش می‌یابد. سرعت جریان در ابتدای سرریز ( $x=0$ ) بیش‌ترین مقدار را دارد. با وارد شدن جریان به صفحه سرریز، سرعت طولی کاهش یافته و تالبه انتهایی سرریز این روند کاهشی ادامه دارد.

دیواره سرریز جانبی، سرعت طولی کاهش یافته و تالبه انتهایی سرریز این روند کاهشی ادامه دارد. خروج جریان توسط سرریز جانبی و در نتیجه آن کاهش دبی، عامل اصلی کاهشی بودن سرعت در راستای طولی می‌باشد. همچنین با توجه به این شکل، می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر سرعت در نزدیک سرریز جانبی با شیب بیش‌تری کاهش می‌یابد و به طرف پایین دست در کانال اصلی، تغییرات سرعت کاهش می‌یابد.



شکل ۹- تغییرات سرعت در طول کانال اصلی به ازای عمق های مختلف جریان ( $w=10, \theta=45$ ).

برای کمی کردن تأثیر پارامترهای مؤثر در آنالیز ابعادی و تعیین رابطه ضریب دبی در سرریزهای جانبی نوزنقه‌ای از نرم‌افزار SPSS استفاده شد. برای به‌دست آوردن بهترین معادله، توابع مختلف برای  $C_m$  به‌عنوان متغیر وابسته در ارتباط با متغیرهای مستقل از جمله  $Fr_1$ ،  $H/w$  معادلاتی برای  $C_m$  استخراج شد. در رابطه ۱۲ مقادیر  $R^2$  برابر ۰/۶۵ و ۰/۱۵۲ RMSE بوده که نشان‌دهنده دقت کم معادله است. همچنین رابطه ۱۳ دارای  $R^2$  برابر ۰/۹۳ و ۰/۰۸ RMSE بوده و دقت معادله مناسب می‌باشد.

$$C_m = 20.871(Fr_1)^{5.61} + 1.78\left(\frac{H}{w}\right)^{0.45} \quad [12]$$

$$C_m = 0.98 + 10.95 (Fr_1)^{7.8} + 1.8 \left(\frac{H}{w}\right)^{3.38} - 0.9 \left(\sin \frac{\theta}{2}\right)^{1.98} \quad [13]$$

## منابع مورد استفاده

- Abbaszadeh H and safarzadeh A, 2018. 3D Hydrodynamics study of structure of the flow in the compound sharp crested side weir. Pp. 35-44. 13th National Conference on Watershed Management Sciences and Engineering of Iran 3rd National Conference on Conservation of Natural Resources and Environment. 2-3 Oct., University of Mohaghegh Ardabil, Ardabil, Iran.
- Bagheri S, Zahiri AR, Ghobadian R, Dehghan AA and Meftah Halaghi M, 2013. Experimental investigation of discharge coefficient for compound sharp crested side weirs. *Journal of Water and Soil Conservation*. 20(1), 150-168, (in Persian with English abstract).
- Beihaghi Kondri A, Ziaei AN, Khodashenas SR and Zahedi H, 2012. Simulation of the labyrinth side weirs in a rectangular channel using FLUENT. 9th National Civil Engineering Congress, 8-10 May, Isfahan University, Isfahan, Iran.
- Esmaeili Varaki M and Safarrazavizadeh M, 2013. Study of hydraulic features of flow over labyrinth Weir with Semi-circular Plan form. *Journal of Water and Soil*, 27(1), 224-234, (in Persian with English abstract).
- El-Khashab AMM, 1975. Hydraulics of flow over side weirs. Ph.D. thesis, University of Southampton, England.
- Ghaderi A, Dasineh M, Abbasi S and Abraham J, 2020. Investigation of trapezoidal sharp crested side weir discharge coefficients under subcritical flow regimes using CFD. *Applied Water Science*. 10(1), 31-50.
- Ghafari S, Egbalzadeh A and Javan M, 2015. Numerical investigation of the effect of the upstream Froude number on the flow pattern and characteristics along the rectangular sharp crested side weir. *Modares civil Engineering journal*. 16(2), 228-215, (in Persian with English abstract).
- Granata F, Di Nunno F, Gargano R and de Marinis G, 2019. Equivalent discharge Coefficient of Side Weirs in Circular Channel - A Lazy Machine Learning Approach. *Water*. 11(11), 2406, 1-19.
- Haddadi H and Rahimpour M, 2012. A discharge coefficient for a trapezoidal broad- crested side weir in subcritical flow, *Flow Measurement and Instrumentation*. 26:63-69.
- Prandin, MH, 2013. Investigating flow characteristics in triangular polyhedral side weir. Master's thesis, Isfahan University of Technology, Faculty of Agriculture and Natural Resources. Isfahan, Iran, (in Persian with English abstract).
- Prandin MH, Heydarpour M and Parandin MA, 2014. Investigating flow characteristics in rectangular side weirs. *Journal of Applied Researches in Water Sciences*. 1 (1), 13-22.
- Riahi P and Vatankhah AR, 2015. Calculation of trapezoidal side weirs in subcritical flow using normal weir theory. *Water and soil (agricultural sciences and industries)*. 29(1), 23-3.
- Saebi Hessari A. 2015. Determining the discharge coefficient of rectangular compound sharp crested side weir by numerical and Experimental methods. Master's thesis, Faculty of Civil Engineering, Shahrood University of Technology. Shahrood, Iran, (In Persian with English abstract).
- Saghri A, Sanei M and Hosseini K, 2018. Experimental study of various types of trapezoidal Piano Key side Weirs. *Iranian Water and Irrigation Journal*. 10(2): 30-40, (in Persian with English abstract).
- Wang Y, Wang W, Hu X and Liu F, 2018. Experimental and numerical research on trapezoidal sharp-crested side weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*. 64: 83-89.
- Zahedi H, 2013. Studying the effect of changing the weir geometry and increasing the number of cycles on the discharge coefficient of the labyrinth and semicircular side weir. Master's thesis, Ferdowsi University of Mashhad, Faculty of Agriculture and Natural Resources , Mashhad, Iran, (in Persian with English abstract).